



従来の物理の枠を越えて

西森研究室～物性物理学専攻



西森 秀稔 教授

多くの物理学者は、自然現象の普遍性を体系的に捉えることを目標として研究してきた。その中で、物質をミクロなものが非常に多数集まってできたものだと捉え、その性質を解明しようとする学問が生まれた。それが統計力学である。その統計力学も今ではほぼ完成の域に達した。次に物理学者が考えたのは、統計力学の適用範囲を自然現象以外に広げられないかということである。ここ西森研究室もそのような考えを持ち、情報工学に統計力学の手法を用いて研究を行っている。



スピングラスを解析的に研究する

ニュートン力学が確立されて以来、物質の挙動は一般式から求めるという解析的手法によって研究されてきた。だが、そうした方法では表せない複雑な系も数多く存在する。複雑な系の性質は、ここ数十年間で急激に発展した数値計算により調べられてきたが、コンピュータを用いて強引に計算するため、その結果の信頼性には限度がある。そのような中、西森教授が物理学の一分野である統計力学の手法を用いて一つの大きな発見をし

た。その発見により、今ではスピングラスという系が複雑な系であるにも関わらず、唯一数値計算に頼らず解析的に解けることが分かった。西森教授の発見について述べる前に、この研究に使われる磁性体の統計力学について見ていこう。

金属など多くの物質は、スピンと呼ばれるミクロな磁石が非常に多数集まり、磁性という性質を持つ。スピンには棒磁石のように向きがあり、それはスピン間に働く相互作用で決まる。例えば磁

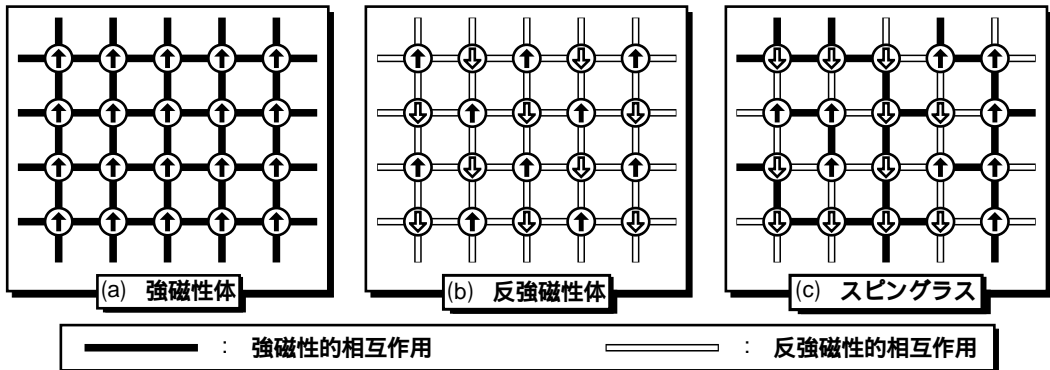


図1 それぞれの磁性体

石には、スピンを同じ方向に向かせる相互作用（強磁性的相互作用）が働いている。この相互作用が働く物質を強磁性体と呼ぶ（図1-a）。逆に、それぞれのスピンを反対に向かせる相互作用が働く物質（反強磁性体）もある（図1-b）。

これらの物質を構成するスピンの向きは絶対零度でない限り、熱エネルギーの影響で時々刻々と変化する。この現象を熱ゆらぎという。強磁性体の場合、相互作用の効果のみを考えれば、図1-aのように全てのスピスが上向きに揃っているはずだ。しかし、熱エネルギーによってスピスが逆を向いてしまう時がある。また、系の温度が上がり熱エネルギーが大きくなるほどスピスが反転する頻度が高い。統計力学では、このようにスピンの向きが一方に定まらないということを考慮に入れて物質の性質を研究する。

それにはまず、系はどういう状態が安定かということを表すハミルトニアンという量を数式で表現する。例えば強磁性体なら、隣接したスピスが同じ方向を向いた方が反対方向を向くよりもエネルギーが低い、つまり安定だということを示す数式で表すのだ。また、温度は熱ゆらぎの激しさを表すパラメータであるので、ハミルトニアンと温度から熱ゆらぎの大きさを定量的に求めることができ、スピンの向きを決定できるのである。これは熱ゆらぎがあるため一定にならないスピンの向きの時間平均を取ることに相当する。このように統計力学では、磁性体をミクロな磁石であるスピスが非常に多数集まってできたものだと捉え、強磁性体や反強磁性体の性質を解明してきた。

これらのような、全ての相互作用が同じで扱いやすい系については磁性体の統計力学で研究されてきた。その後、物理学者の興味は相互作用が一樣ではない系、つまり強磁性的相互作用と反強磁性的相互作用が入り交じった系に移った。その結果、強磁性体や反強磁性体のみならず、図2の相図全体を研究するようになった。ここで注目すべき点は、今までの統計力学で扱うことができなかった、強磁性体とも反強磁性体ともいえないスピングラスという状態を統計力学で扱うことができたようになったことだ。スピングラスとは名前の通り、スピスがガラスのような状態を取るものを指す。我々が普段使っているガラスは原子の位置が殆ど変化しないという意味で固体である。しか

し、それぞれの原子は結晶のように規則的な配置を取らない。ガラスの各原子をスピに、原子配置をスピ間に働く相互作用に対応させれば、強磁性的相互作用と反強磁性的相互作用がランダムに散らばり、それぞれのスピンの向きがあまり変化しない系を考えることができる（図1-c）。これこそがスピングラスという状態なのである。

スピングラスを扱う統計力学では、強磁性体や反強磁性体を扱う統計力学のようにスピンの向きについて時間平均を取るだけでなく、ランダムに散らばった相互作用について位置平均を取って系の性質を調べなければならない。

今までは、相互作用がランダムに散らばった系の研究はあまり進展しなかった。一番大きな理由は、その性質を解析的に求めることができず、数値計算による予想しか立てられなかったからである。数値計算では、 10^{23} 個オーダーで存在する全てのスピについて計算できるわけではないので、結局系の一部のシミュレーションから得られた解しか求められず信頼性に欠ける。そのような中、西森教授は解析的に求められる場合があることを発見した。それは系に強磁性的相互作用が含まれる割合(p)と系の温度(T)が「ある条件」を満たすとき、内部エネルギーが解析的に求められるというものだ。この、割合と温度の「条件」は発見者の西森教授の名前を取って、西森ラインと呼ばれる（図2）。

この発見により、スピングラスを扱う統計力学は大幅に発展した。なぜなら西森ライン近傍の様子を数値計算で調べる際に、その計算が正しいかどうかを判断する手がかりとなるからである。しかし、西森ラインの発見がスピングラスの研究の

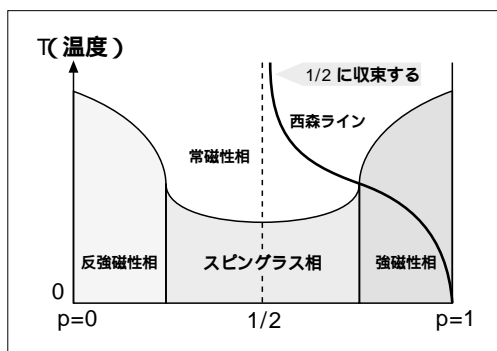


図2 相図と西森ライン

完結にそのまま結びつくわけではない。例えば、西森ライン上ではどのような現象が起きているのかという物理的意味は未だ解明されていないし、スピングラスの相図にしても数値計算によ

る。概形を描いただけで、解析的に求められているわけではない。西森教授は現在、これらの問題に取り組んでいる。



画像修復に物理学を持ち込むと

西森研究室では、統計力学を用いてスピングラスの性質を調べる研究の他に、情報工学に統計力学の考え方を適用させる研究を行っている。その中の一つ、画像修復について紹介する。

ある場所から別の場所に電子情報を送るときには熱や不純物の影響で雑音が生じる。例えば画像を入力すると雑音の混ざった劣化画像が生成される。それをできるだけ元の画像と同じように出力したい。こうした画像修復の研究は古くから情報工学の分野で研究されていた。しかし、西森教授はあえてこの画像修復の方法を統計力学を用いて定式化することを試みた。

まず、劣化画像だけではどのように修復すべきかという手がかりがない。そこで、「画像のある一点をとると、殆どの場合周囲の点と似た色になっている。例えば、白地の中に一点だけ黒い点があることは殆どあり得ない」という我々の画像に対する経験則を導入する。

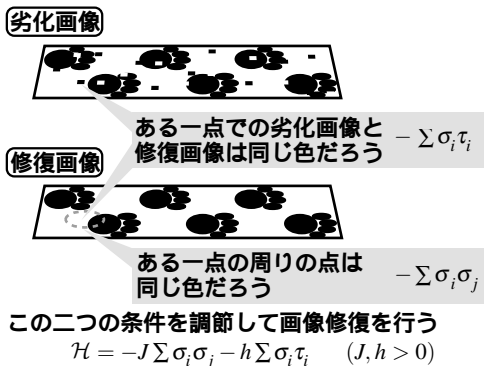
画像データはピクセルと呼ばれる点ごとに色のデータが記述されている。簡単のために、画像は白黒2色のみでできているとしよう。数式を用いて記述するために白のピクセルを -1 、黒のピクセルを $+1$ とする。ここで修復画像のピクセルを σ とおき、それぞれのピクセルに番号を付け

る。 i 番目のピクセルに隣接するピクセルを j 番目とすると、隣り合ったピクセルが同じ色になるだろうという経験則は、 $-\sum \sigma_i \sigma_j$ という式で表せる。この式の値が最も低くなるように各ピクセルの色は決まる。例えば、 i 番目のピクセルを黒とする。そのとき $\sigma_i = +1$ になり、隣のピクセルが黒だとすると $\sigma_j = +1$ より、 $-\sigma_i \sigma_j = -1$ となる。白だとすると $-\sigma_i \sigma_j = +1$ となる。このように隣り合ったピクセルが同じ色のときに値は小さくなる。これを全ての番号のピクセルについて足し上げると、 $-\sum \sigma_i \sigma_j$ となる。しかし、この効果のみだと画像一面同じ色になってしまう。そこで、「劣化画像は雑音が混ざっているが、元画像の形を完全に失っているわけではない」という考え方を取り入れる。これは、劣化画像と修復画像が同じ色のピクセルになるだろうということだから、劣化画像のピクセルを τ とおくと、先と同じ考え方で、 $-\sum \sigma_i \tau_i$ という式で表される。これらを足し合わせて、次の量を定義する：

$$\mathcal{H} = -J \sum \sigma_i \sigma_j - h \sum \sigma_i \tau_i \quad (J, h > 0)$$

ここで J は、経験則の効果をどれだけ強めるか、 h は劣化画像をどれだけ尊重するかを表すパラメータである。

ところで、 \mathcal{H} を統計力学のハミルトニアンとし



劣化画像を修復画像にする過程

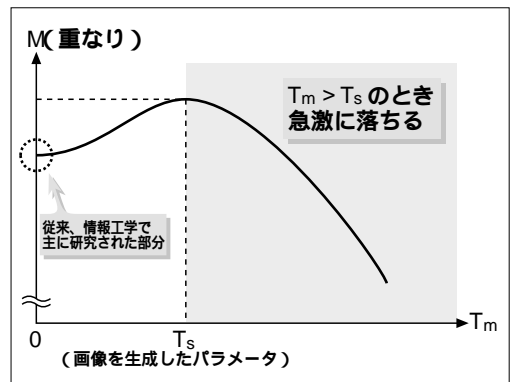


図3 パラメータ T と重なり M

て考えるとどのようになるだろうか。σは±1をとるため、ピクセルの色はスピンの向きと置き換えることができる。第一項は、スピンの向きを向いた方が安定だということから、Jを強磁性的相互作用の強さとする強磁性体を表していることになる。また第二項は、τを磁場の向きとし、hを磁場の強さだと見なせば、場所によって磁場の方向が異なり、その方向にスピンの向きが向いた方が安定だということを表していることになる。だから、このHをハミルトニアンと見なすと、それが表しているのは、強磁性体にランダムな磁場が働いている系だといえる。画像修復の方法を表したHと磁性体の統計力学のハミルトニアンが一致しているので、画像修復は磁性体の統計力学と同じ手法を用いて研究することが可能である。

しかし、統計力学の手法を用いて研究するに当たって忘れてはいけないパラメータが温度だ。ところが、画像工学には温度に当たるパラメータは存在しない。磁性体の統計力学において温度は、先にも述べたようにスピンの反転する頻度を表す。つまり、系の状態を表すパラメータである。そこでここでは、画像の状態を表すパラメータとしてTを定義し、これをあたかも統計力学における温度に代わるものだと考えることにした。

そうすると、画像に対して磁性体の統計力学と同じいくつかの式を立てることができる。これに適切な初期条件を与えて数値計算することにより、画像を修復する際にパラメータT_sを調節すると元の画像とどれだけ一致するかを表すグラフが得られた(図3)。図3でMとは、元画像と修復画像がどの程度一致しているかという割合であり、「重なり」と呼ばれる。このグラフから、元の画像のパラメータ(T_s)と同じ値で画像を修復したときに、最も元の画像に近い修復画像が得られることが分かった。また、T_m > T_sのとき、元の画像と修復画像の一致する割合が急激に低くなることも分かった。

ところで、画像修復に対する従来の情報工学からのアプローチは、図3のT_m = 0の点で行われているものが殆どであった。T_m ≠ 0で画像修復する場合もあったが、T_sの決め方は試行錯誤によるもので、確立された方法ではなかった。統計力学の手法を用いたことで、T_sを系統立った方法で求めることが可能になった。

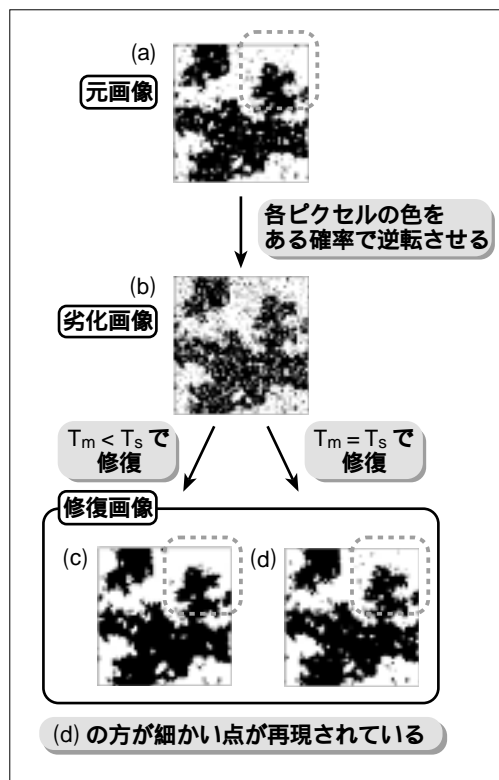


図4 計算機シミュレーション

西森研究室では、この様子を計算機シミュレーションによって実験した。400 × 400ピクセルの白黒2色の画像をパラメータT_sで生成し(図4-a)、各ピクセルの色をある確率で逆転させ、劣化画像を作る(図4-b)。次に、T_m < T_sのときと、T_m = T_sのときとで画像を修復した(図4-c、図4-d)。図3のグラフですでに分かっているように、当然T_m = T_sで修復した方が元の画像により近い修復画像が得られる。図4の点線で囲まれた部分を見ると分かるように、元画像において色の「飛んでいる」ピクセルがより元画像に近く再現されているのは図4-dである。図4-cでは細かい点が再現されていない。この画像の場合、T_m < T_sとして修復した方は、経験則の効果が強く現れて、色の「飛び」の細かい部分は周りの色に塗りつぶされてしまう。T_m < T_sは従来、情報工学で行われてきた画像修復である。統計力学の考え方を画像修復に取り入れたことで、より元の画像に近いものが得られた。

以上の実験においては、画像の生成状態を表す

パラメータや雑音の乗る確率が分かっていたが、実際にはそれらは不明で、劣化画像しか分からない。そこで統計学の最尤法という方法を用いて、それらの値を推定し、画像に対するハミルトニアンを定義し、画像を修復するのである。この方法で西森研究室の助手だった井上純一北大助教授が画像修復に取り組んだのが図5である。この図から、ほぼ元の画像を再現していることが分かる。また、この実験では白黒2色であるが、先に定義したハミルトニアンにおいて、 $-1 \leq \sigma, \tau \leq +1$ とすればグレーの混ざった画像についても同様の方法で修復することが可能である。しかし、最尤法で J や h の値を推定する方法は確立されたわけで

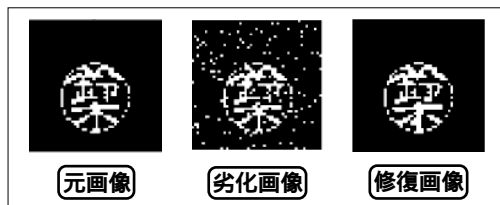


図5 井上助教授が取り組んだ画像修復
提供：井上助教授（北海道大学システム情報工学専攻）

はなく、いまだ試行錯誤に頼っているところがある。それらの推定の仕方をもう少し系統立った方法でできるのではないか、そういった方法を研究する価値は大いにあると西森教授は語る。

統計力学の普遍性を追求する

画像修復ではピクセルをスピンに対応させることで、画像を強磁性体にランダムな磁場がかかった系に置き換えることができる。この系とスピングラスは「ランダム」な系という意味で共通している。西森研究室では、これらを扱う統計力学の手法を用いて、誤り訂正符号、ニューラルネットワーク、最適化問題など、情報工学の諸分野の研究にも取り組んでいる。

統計力学の考え方を情報工学に取り入れたことによって、今までよりも効率が良くなったことは確かである。しかし、西森教授は様々な分野に応用が利くということは、スピングラスの統計力学に一種の普遍性があるはずだと考えて、その普遍性を追求していくことが今後の課題だと語る。

「普遍性を追求する際には、解析計算が強い武器となります。計算機も使わないわけではないで

すが、私の研究の中心は紙と鉛筆による手計算です。計算機で得られた結果はある特殊な条件下での実験結果に過ぎません。それだけで満足する人もいますが、私は自分の手で計算しないと気が済まない。『分かった』というのは直感で捉えられるものだと考えています。計算機を用いてある結果が得られたとしても、その過程がブラックボックスでは決して分かったことにならないと思います。手計算は人間の直感の及ぶ範囲のものなのでブラックボックスには成り得ない。だからこそ私は手計算にこだわるのです」と、数値計算による研究が主流になった今、あくまで解析的手法にこだわり、研究を進めていきたいという西森教授の言葉からは、純粹理論を研究する確かな意気込みを感じる。

従来、自然界にしか適用されなかった物理学を情報の世界に適用することを、西森教授は『『もの』の物理から『こと』の物理へ』と称している。今まで物理学の研究対象にはならなかったものに物理学を適用すると、様々な面白い性質が現れてくる、とのことだ。今まで、物理学は自然現象の

みを記述する学問だと認識していた筆者にとって、その考え方は意外なものであった。

文末ながら、西森教授には度重なる取材に応じただきありがとうございます。今後の更なるご活躍を心よりお祈りします。

(田中 宗)

参考文献

西森秀稔「スピングラス理論と情報統計力学」岩波書店、1999